

Génie Electrique et  
Electronique  
2024-2025  
Bachelor semestre 5

Cours « Conversion d'énergie »

**Partie 1.2**

**Diagrammes thermodynamiques**

Prof. Mario Paolone

Laboratoire de Systèmes Electriques Distribués l'EPFL  
École Polytechnique Fédérale de Lausanne

# Chaleur spécifiques



Pour un processus infinitésimal **d'expansion** ( $dV \neq 0$ ) d'un système mécanique (travail fournit par le processus) on peut écrire

$$\delta W^- = p dV$$

Dans un processus cyclique qui inclut 1 kg de fluide on a (facile à vérifier avec la définition de l'enthalpie)

$$\oint p dv = -\oint v dp$$

On rappelle le premier principe (on a utilisé le travail fournit par le processus)

$$dU = \delta Q^+ - \delta W^-$$

Nous avons montré (par la relation fondamentale) que l'énergie interne est :

$$U = U(S, n, V)$$

En choisissant les coordonnées  $T$  et  $V$  on obtient (avec  $n$  fixé):

$$U = U(T, V) \rightarrow dU = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V dT + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T dV$$

# Chaleur spécifiques



Donc, dans le premier principe on obtient :

$$\delta Q^+ = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V dT + \left( p + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T \right) dV$$

On peut définir la chaleur spécifique isochore  $c_v$  comme:

$$c_v = \frac{1}{n} \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V \Rightarrow \delta Q^+ \Big|_{V=const} = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V dT = n c_v dT$$

En choisissant les coordonnées  $T$  et  $p$  pour l'énergie interne  $U$  on obtient :

$$\delta Q^+ = \left( \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_p + p \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p \right) dT + \left( \left. \frac{\partial U}{\partial p} \right|_T + p \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T \right) dp$$

On peut définir la capacité thermique à pression constante  $c_p$  :

$$c_p = \frac{1}{n} \left( \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_p + p \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p \right) = \frac{1}{n} \left( \left. \frac{\partial}{\partial T} (U + pV) \right|_p \right) = \frac{1}{n} \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_p \Rightarrow \delta Q^+ \Big|_{p=const} = \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_p dT = n c_p dT$$

# Chaleur spécifiques



L'interprétation physique du signficat de  $c_v$  et  $c_p$  est la suivante : ils expriment la quantité d'énergie qu'il faut fournir à un corps pour élever d'un degré la température de l'unité de masse de ce corps respectivement à volume et a pression constante.

# Chaleur spécifiques



## Transformation adiabate pour un gaz idéal

Pour les gaz idéaux on peut écrire les deux relations suivantes, entre l'énergie interne  $U$ , la pression  $p$ , le volume spécifique  $v$  et la température absolue  $T$

$$U = \alpha nRT$$

où  $\alpha$  et  $R$  sont constantes pour un gaz idéal ( $R$  est la constante universelle des gaz). A travers la définition de  $c_v$ , on obtient **pour une transformation isochore** :

$$dU = nc_v dT \rightarrow c_v = \alpha R$$

A travers la loi des gaz parfaits  $pV=nRT$ , on obtient :

$$dU = \alpha nRdT = \alpha d(pV) = \alpha (pdV + Vdp)$$

Si on rappelle le premier principe, dans le cas d'une **transformation adiabate**, on obtient :

$$dU = -\delta W^-$$

Comme anticipé, le travail effectué par le gaz est exprimé par :

$$\delta W^- = pdV$$

# Chaleur spécifiques



## Transformation adiabate pour un gaz idéal

Donc,

$$-pdV = \alpha(pdV + Vdp)$$

$$-(\alpha + 1)pdV = \alpha Vdp$$

$$-(\alpha + 1) \frac{dV}{V} = \alpha \frac{dp}{p}$$

Si on intègre l'équation précédente avec  $\gamma = \frac{\alpha + 1}{\alpha}$  ( $\gamma$  est appelé **rapport calorifique**) on obtient :

$$\left( \frac{p}{p_0} \right) = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{-\gamma}$$

Et donc

$$pV^\gamma = \text{const.}$$

C'est aussi possible de montrer que :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \qquad c_p - c_v = R$$

# Chaleur spécifiques



## Transformation adiabate pour un gaz idéal

Si on utilise encore la loi des gaz parfaits  $pV=nRT$  on peut obtenir aussi la relation suivante qui donne le rapport des températures en fonction du rapport de compression d'une machine (compresseur ou turbine).

$$\left(\frac{T}{T_0}\right) = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\Gamma}$$

**Le facteur  $\Gamma$  est appelé facteur calorifique.**

# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique

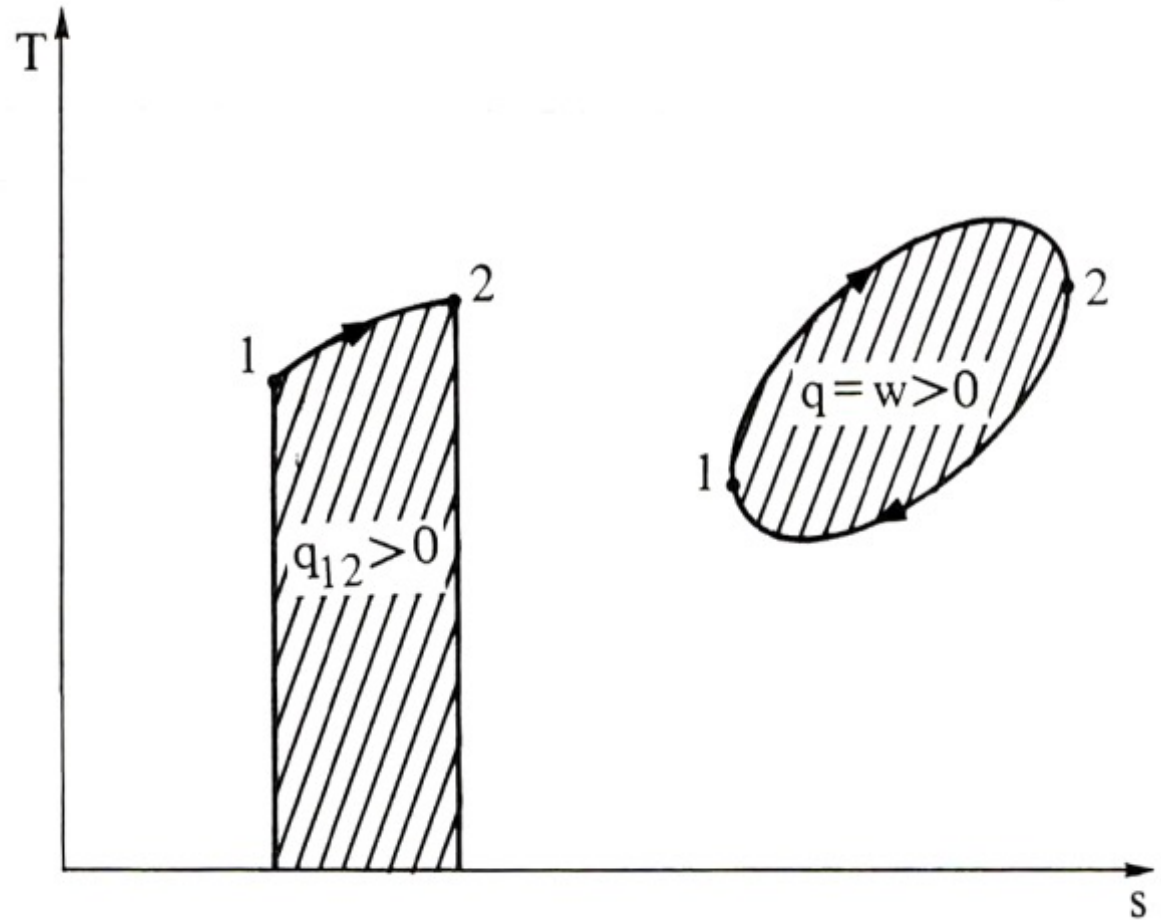


Si une **transformation quasi-statique réversible** est tracée sur un **diagramme entropique**, la chaleur absorbée du système dans la transformation, par unité de masse, est représenté par la surface entourée par la courbe qui représente la transformation et l'axe d'abscisse

$$q_{12} = \int_1^2 T ds$$

De plus, dans un cycle fermé, la surface de l'aire entourée par le cycle correspond **au travail net du système**.

$$dU = -pdV + TdS$$



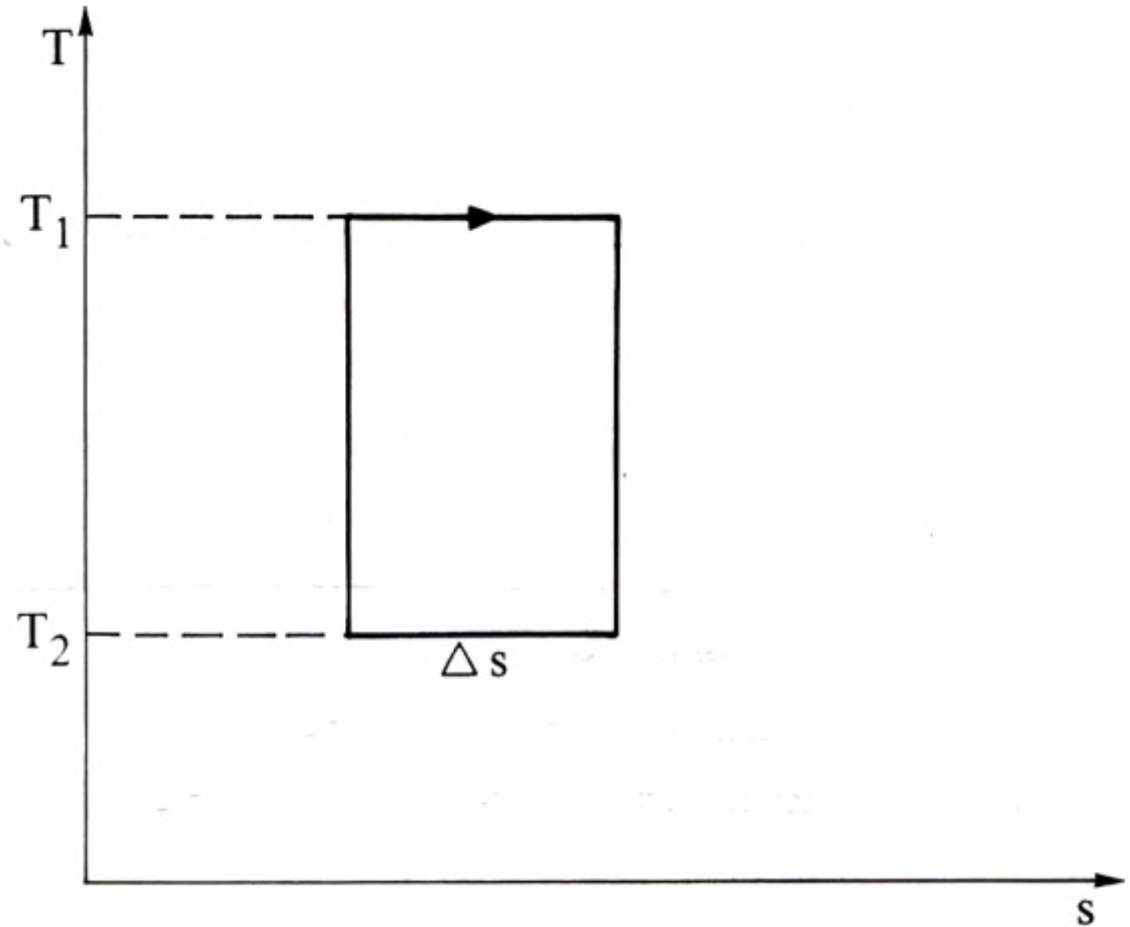


# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Le cas du cycle de Carnot

$$\begin{aligned}\varepsilon_c &= 1 - q_1 / q_2 = \\ &= 1 - (T_2 \Delta s) / (T_1 \Delta s) = \\ &= 1 - T_2 / T_1\end{aligned}$$

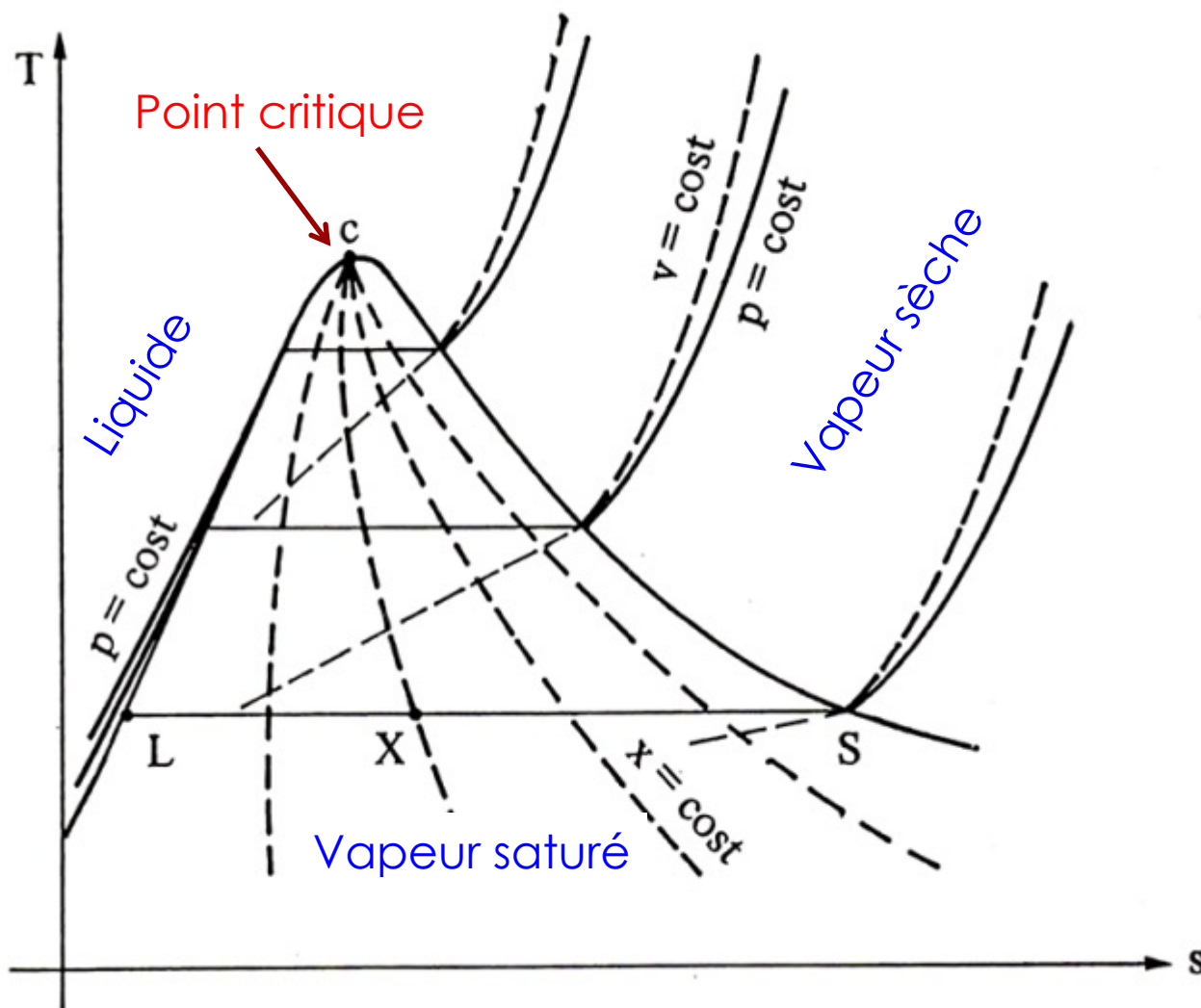


# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Le diagramme entropique a dans l'ordonnée la température  $T$  et dans l'abscisse l'entropie massique (ou spécifique)  $s$ .

Le diagramme est **coupé** à une température  $T$  supérieure que la température du point critique. Il représente seulement les états de **liquide**, de **vapeur saturé**, de **vapeur surchauffe** et de gaz réel.

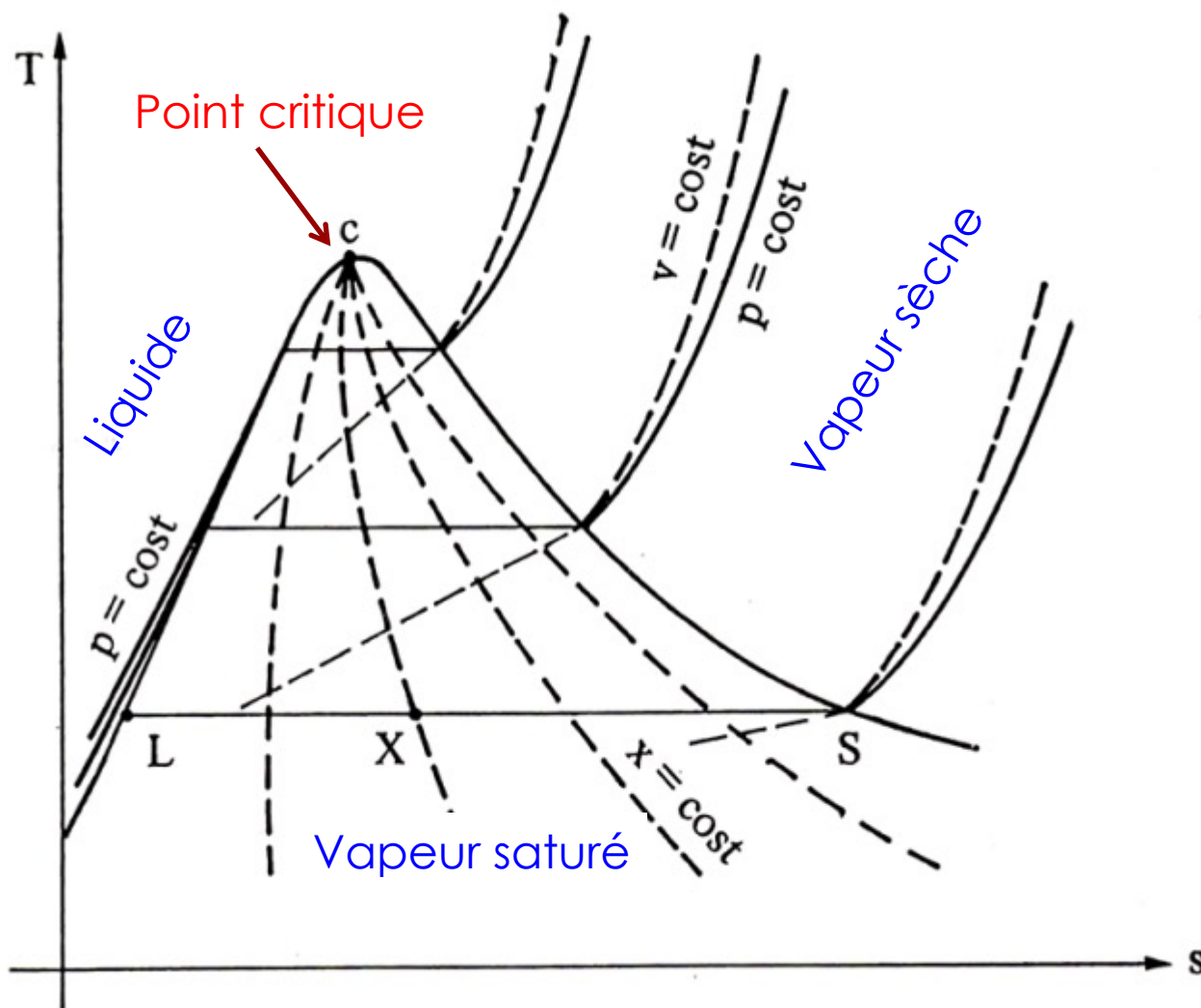


# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Les **courbes à pression constante** sont des **droites horizontales** dans la région de vapeur saturé (changement de phase liquide  $\rightarrow$  vapeur, donc pas de changement de  $T$ ).

Après avoir coupé la limite supérieure, celles-ci subissent une discontinuité du coefficient angulaire, et adoptent une **forme exponentielle**.



# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



En effet, la relation et la définition de  $c_p$  (**chaleur spécifique a pression constante**) donne pour un fluide monophasé on peut la déduire à partir de l'équation de Gibbs

$$dh = Tds + vdp \xrightarrow{dp=0}$$

$$dh = Tds$$

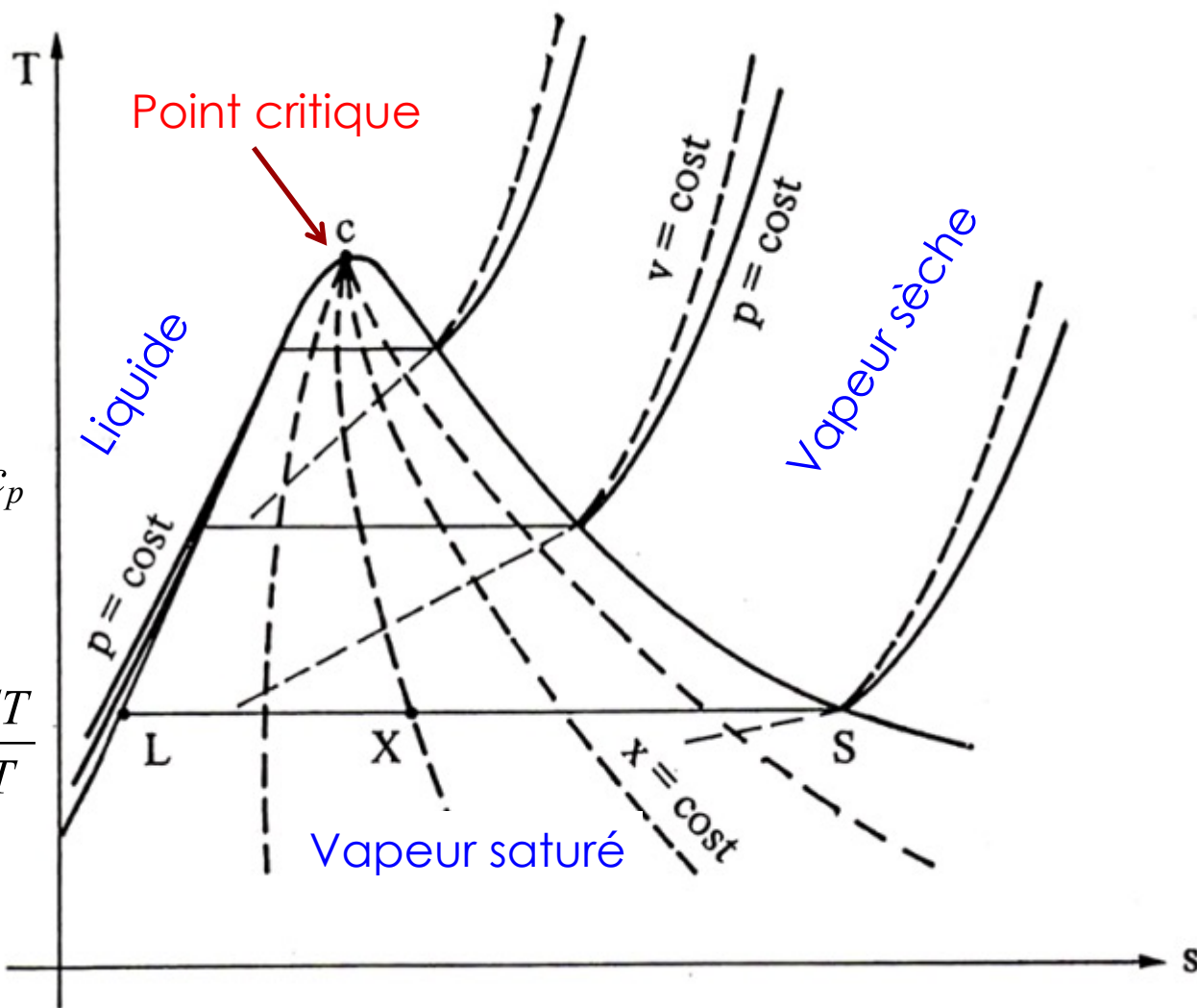
A travers la définition de  $c_p$

$$\delta q^+ \Big|_{p=const} = \frac{\partial h}{\partial T} \Big|_p dT = c_p dT$$

$$\frac{Tds}{\partial T} \Big|_p dT = c_p dT \Rightarrow ds = c_p \frac{dT}{T}$$

Donc:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p = T / c_p$$



# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique

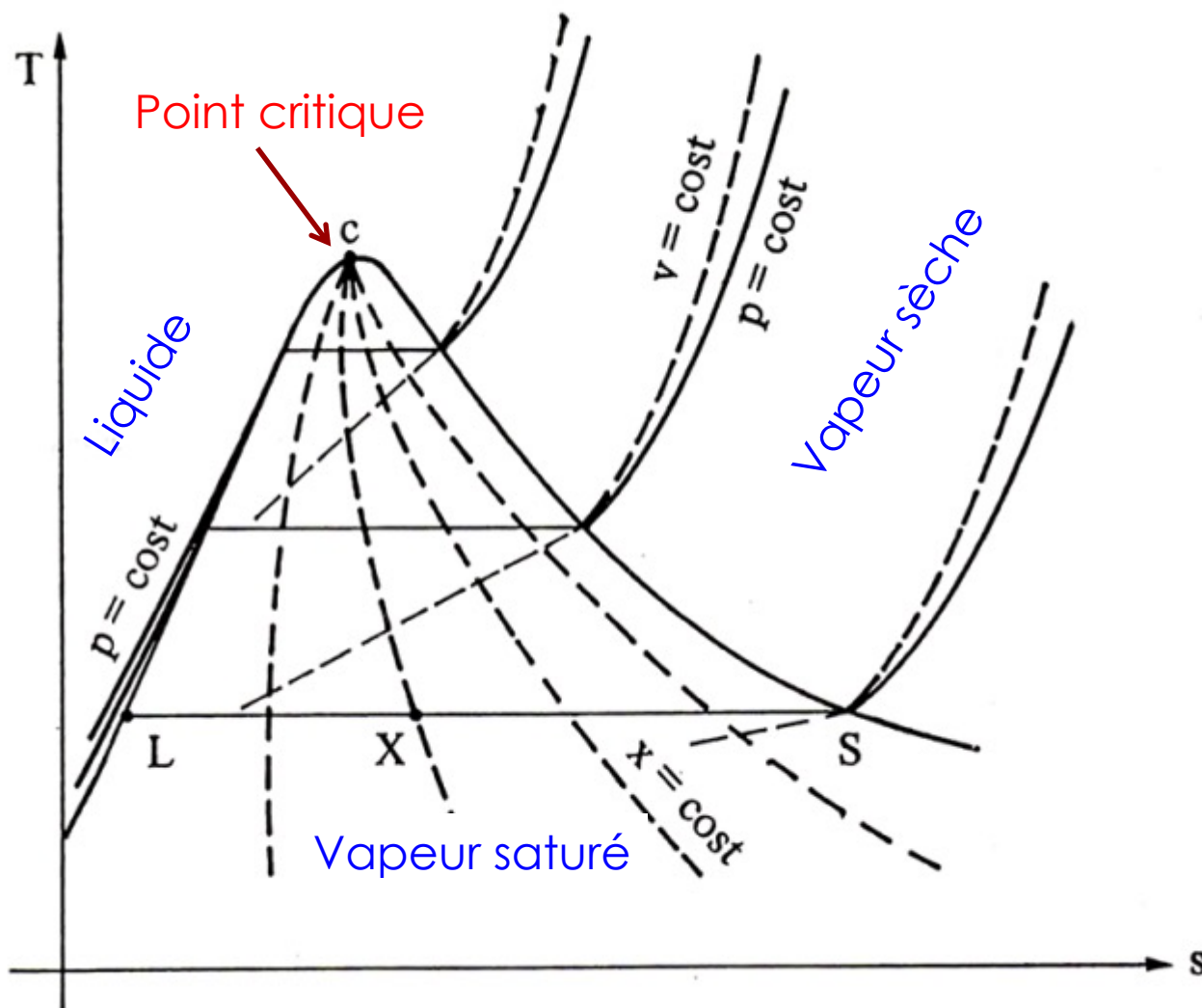


Le équation précédente donne l'expression du **coefficient angulaire**. Si on assume que  $c_p$  **constant dans un diagramme  $\{T, s\}$** , on peut l'intégrer entre un état initial à un état générique :

$$s - s_1 = c_p \ln(T / T_1) -$$

$$T = T_1 e^{\frac{s-s_1}{c_p}}$$

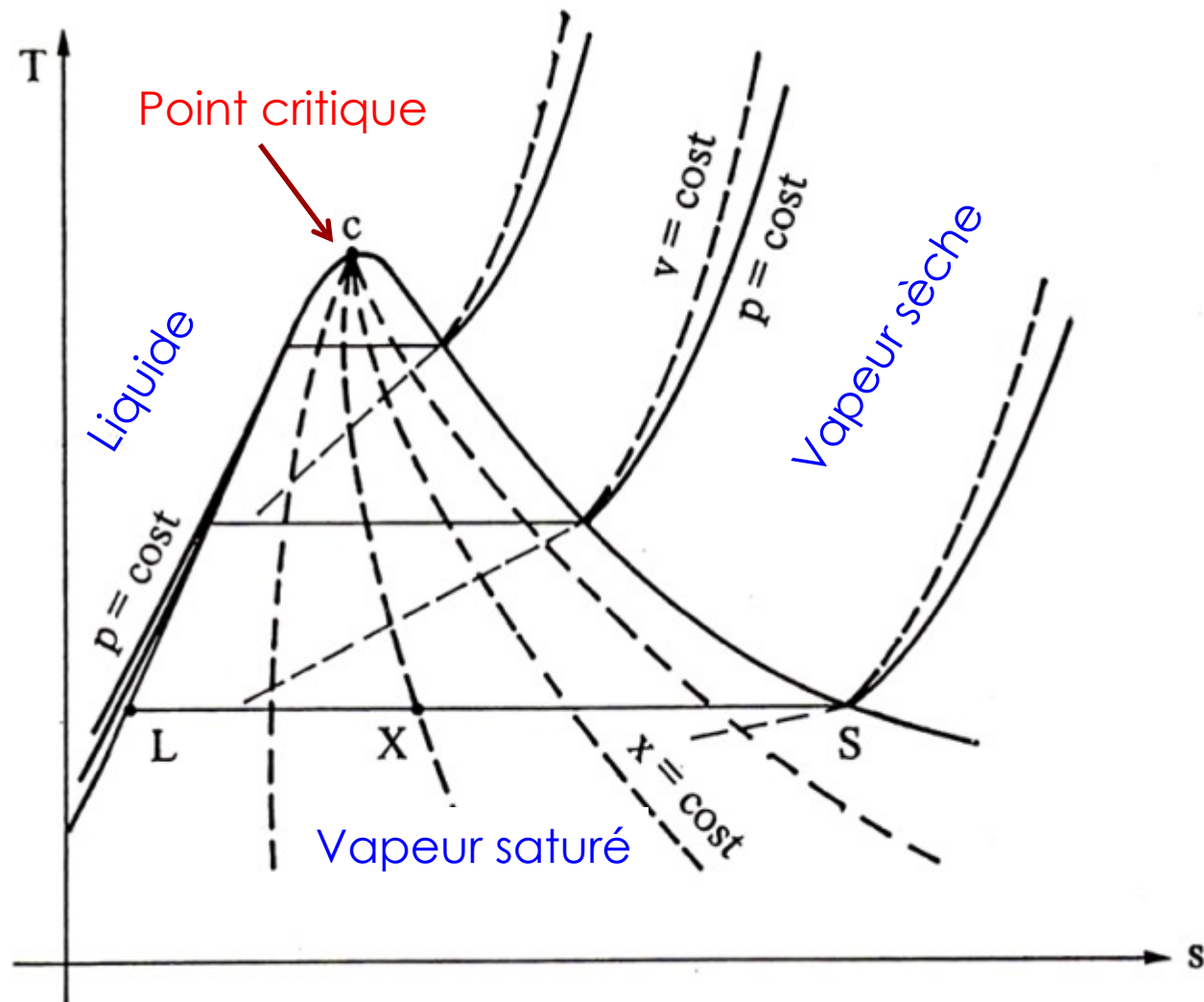
**Elle est valide dans la région monophasé (liquide inclut) et pour le gaz idéal monoatomique**



# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Dans la **région du liquide**, les courbes à pression constante ont une allure **similaire à celle du gaz** mais différent très peu de la courbe de limite inférieure. Dans cette région, le diagramme  $\{T, s\}$  est peu lisible.

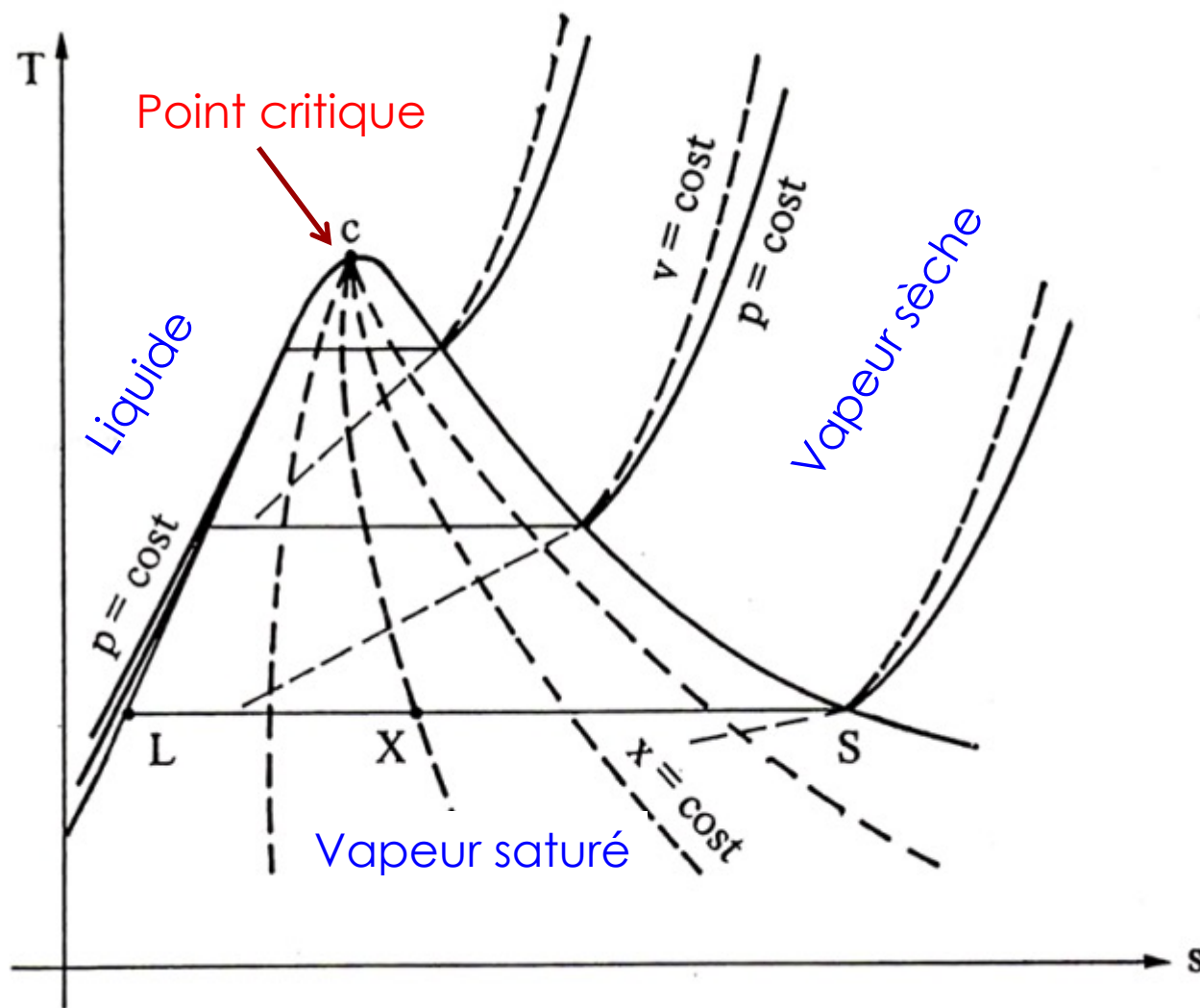


# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Les courbes à **volume spécifique constant** ont une allure similaire à laquelle des courbes à pression constante dans la région du gaz, mais elles sont un peu plus raides.

Les équations précédentes sont aussi valables avec  $c_v$  au lieu de  $c_p$ . Comme  $c_v < c_p$  le coefficient angulaire est plus élevé que celui de la courbe à pression constante passant par le même point.



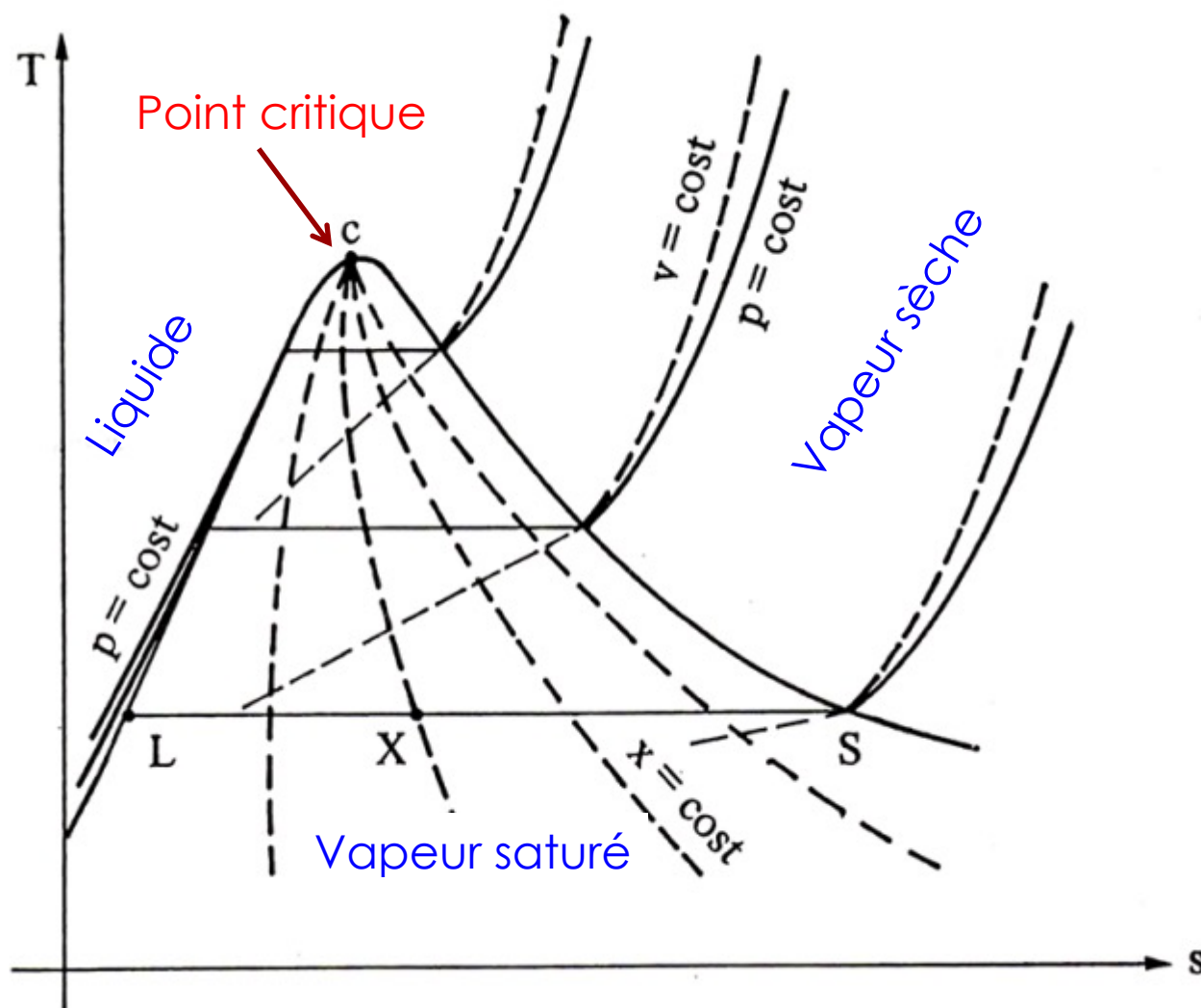


# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Dans la région de **vapeur saturé**, les courbes à volume spécifique constant sont quasiment droites avec un coefficient angulaire plus élevé pour les volumes spécifiques plus bas.

On désigne avec  $L$ ,  $X$  et  $S$  les points qui représentent le **liquide**, la **vapeur saturée à titre constant** et la **vapeur sèche** à la **même température**.





# Diagramme $\{T, s\}$ , ou entropique



Le segment

$$(LX) = \hat{s} - s_i = rx / T$$

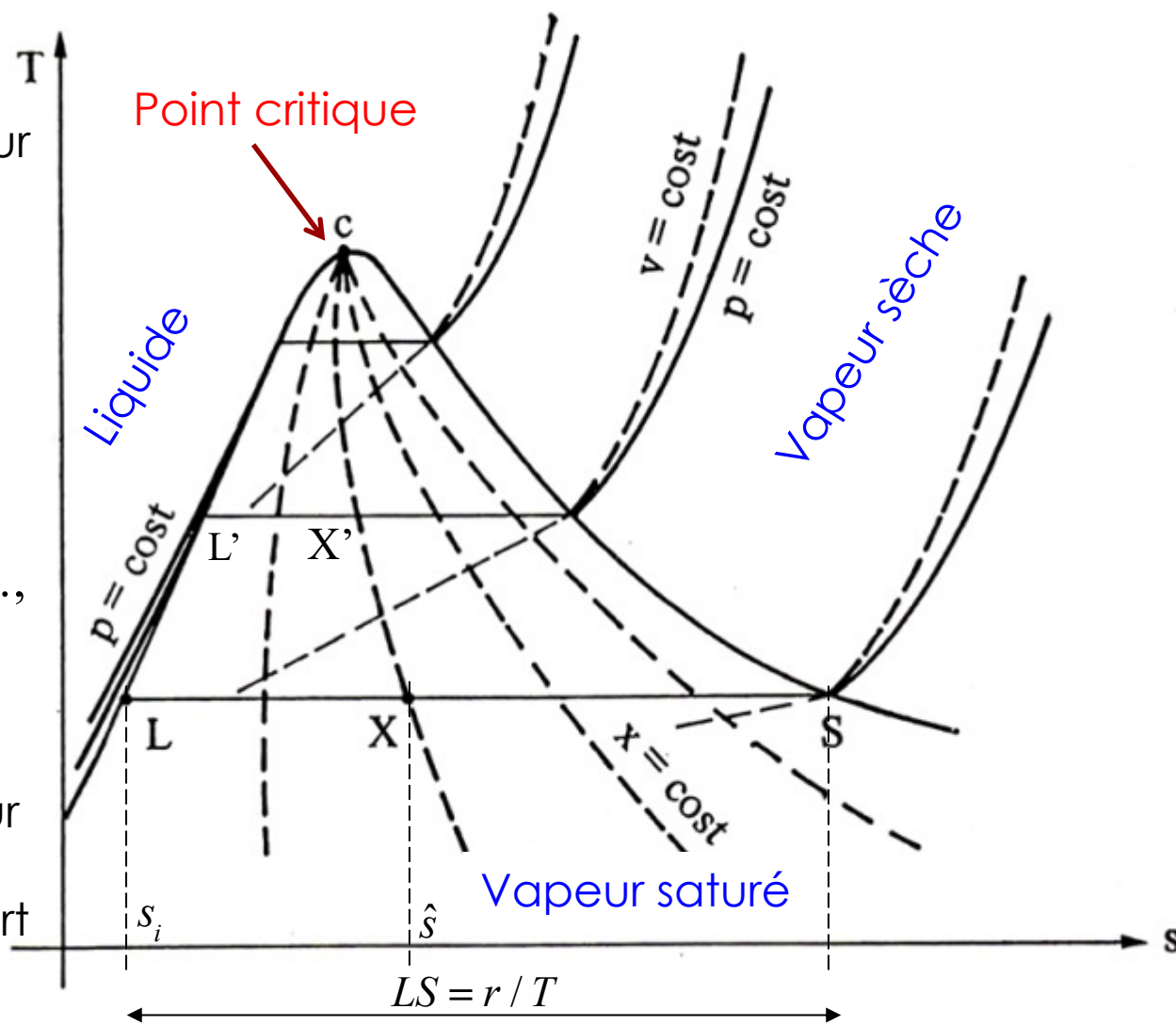
( $r$  est une constante) le segment  $(LS)$  a la longueur

$$LS = r / T$$

Ainsi

$$LX / LS = LX' / LS' = x$$

De ce fait, les courbes à titre constant  $x=0.1, 0.2, \dots, 0.9$  se tracent sur le diagramme  $\{T, s\}$  en divisant l'isotherme en 10 parties de même longueur en reliant les points ayant la même valeur de rapport  $LX/LS$



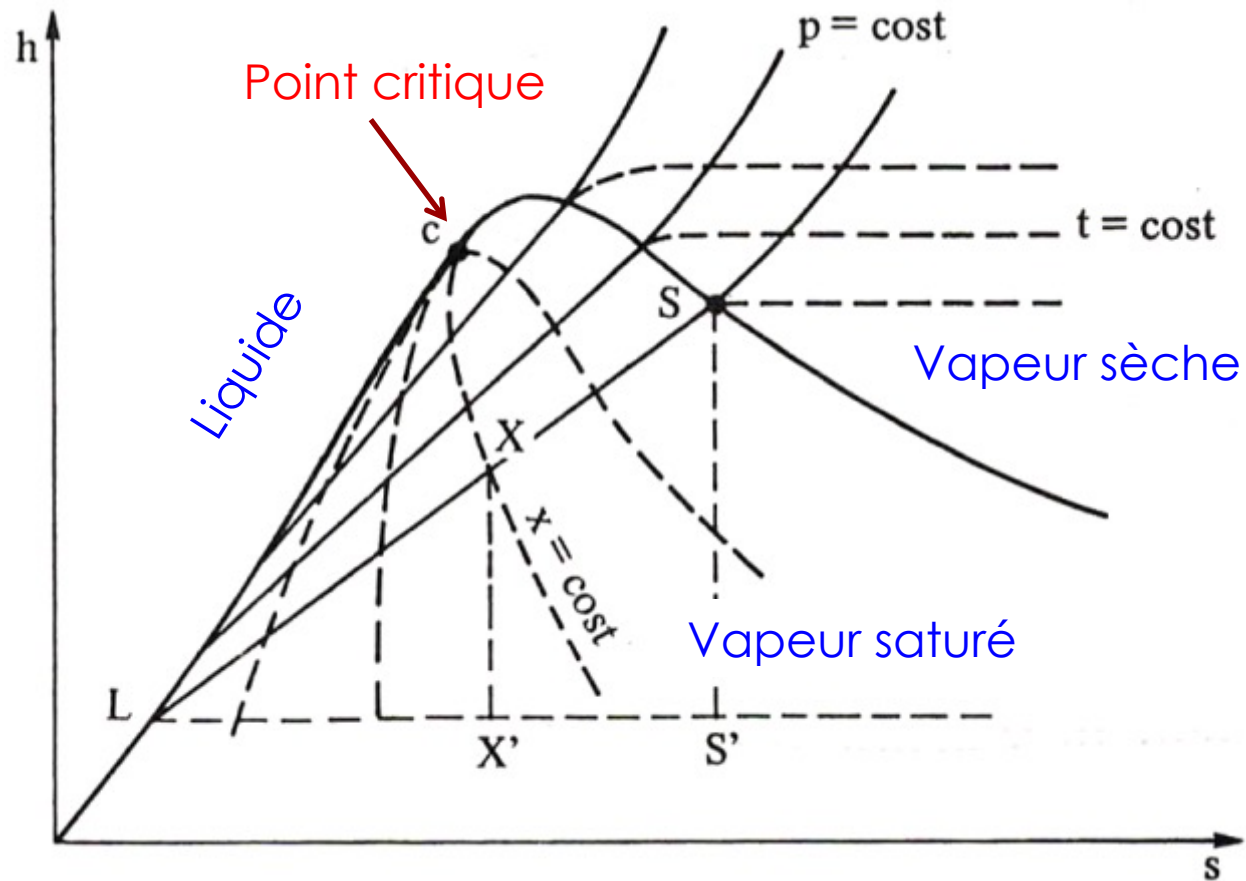
# Diagramme $\{h, s\}$



Le diagramme de Mollier a en ordonné l'enthalpie spécifique et en abscisse l'entropie spécifique.

Le coefficient angulaire d'une courbe à **pression constante**, dans ce diagramme, est donné par la température  $T$ . En effet, par l'équation de Gibbs on a  $Tds = dh - vdp = dh$ , on obtient

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T$$

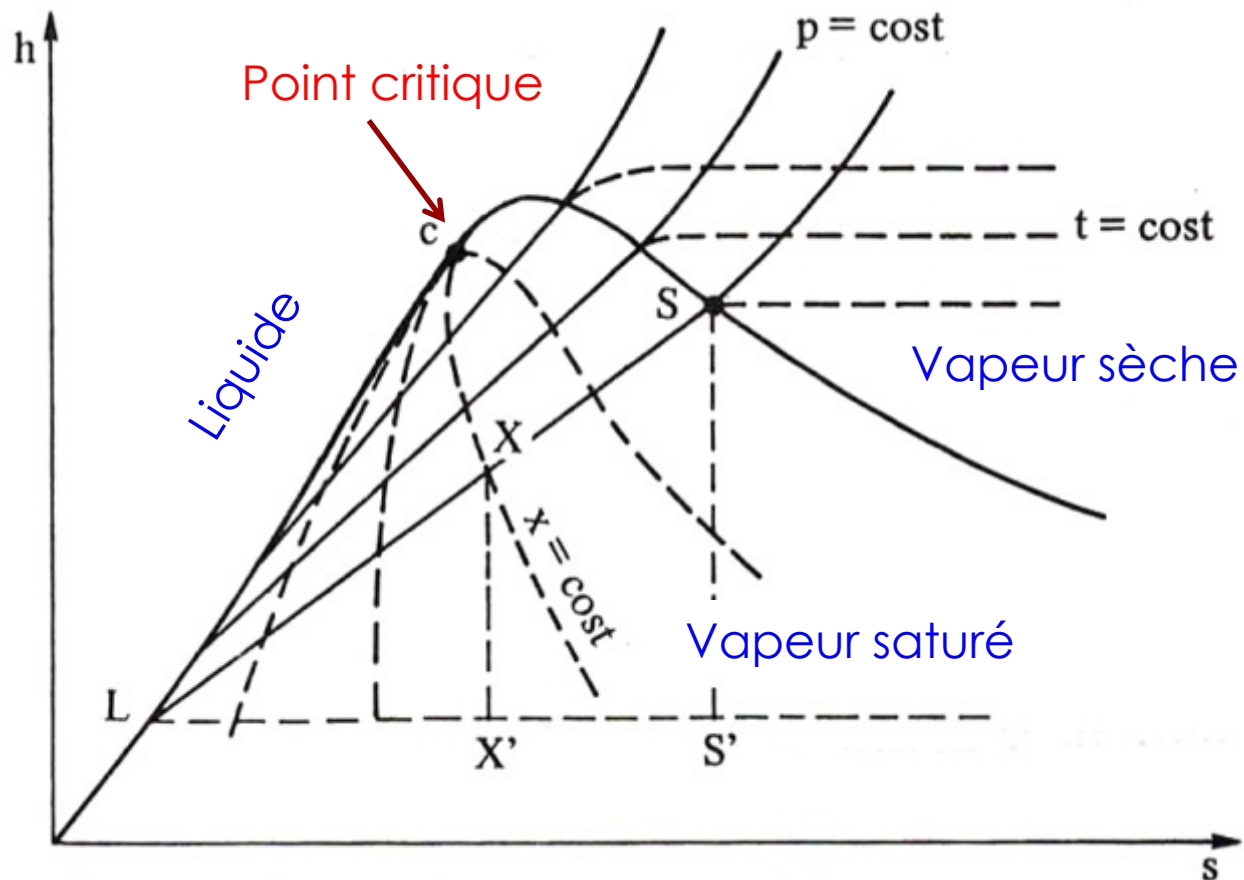


# Diagramme $\{h, s\}$



Les courbes à **pression constant** sont **droites** dans la **région du vapeur saturé** et ont un **coefficient angulaire plus élevé à température plus élevée**. En outre, celles-ci n'ont jamais une discontinuité du coefficient angulaire.

Dans la **région du gaz**, le **coefficient angulaire des courbes à pression constant** augmente progressivement avec l'augmentation de la température.



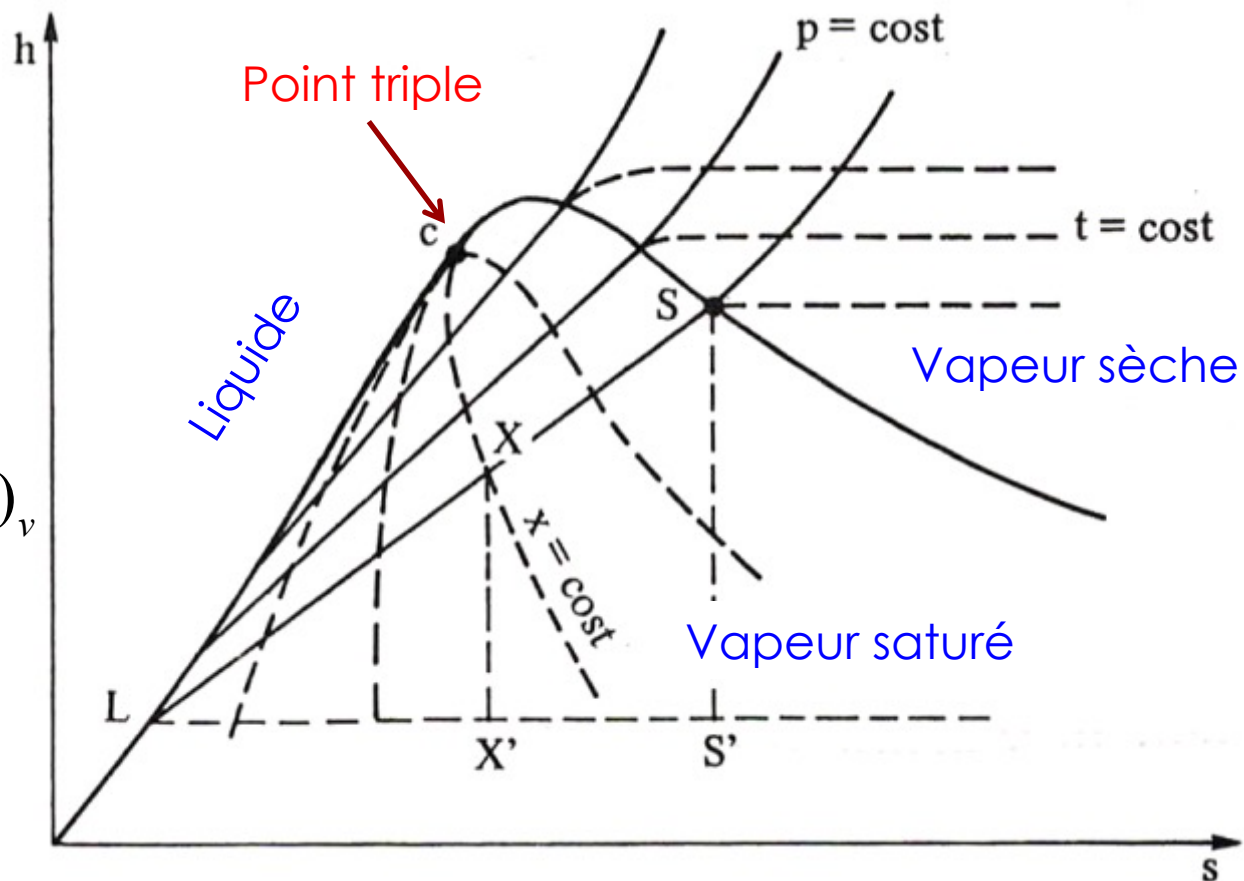
# Diagramme $\{h, s\}$



Les courbes à **volume spécifique constant** ont une allure similaire à celle des courbes à pression constante, mais elles sont un peu plus raides. En effet, on obtient par l'équation de Gibbs on a :

$$dh = Tds + vdp$$
$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v = T + v\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v$$

**Le deuxième terme de la somme est positif**, donc on arrive rarement à résoudre l'équation locale.



# Diagramme $\{h, s\}$

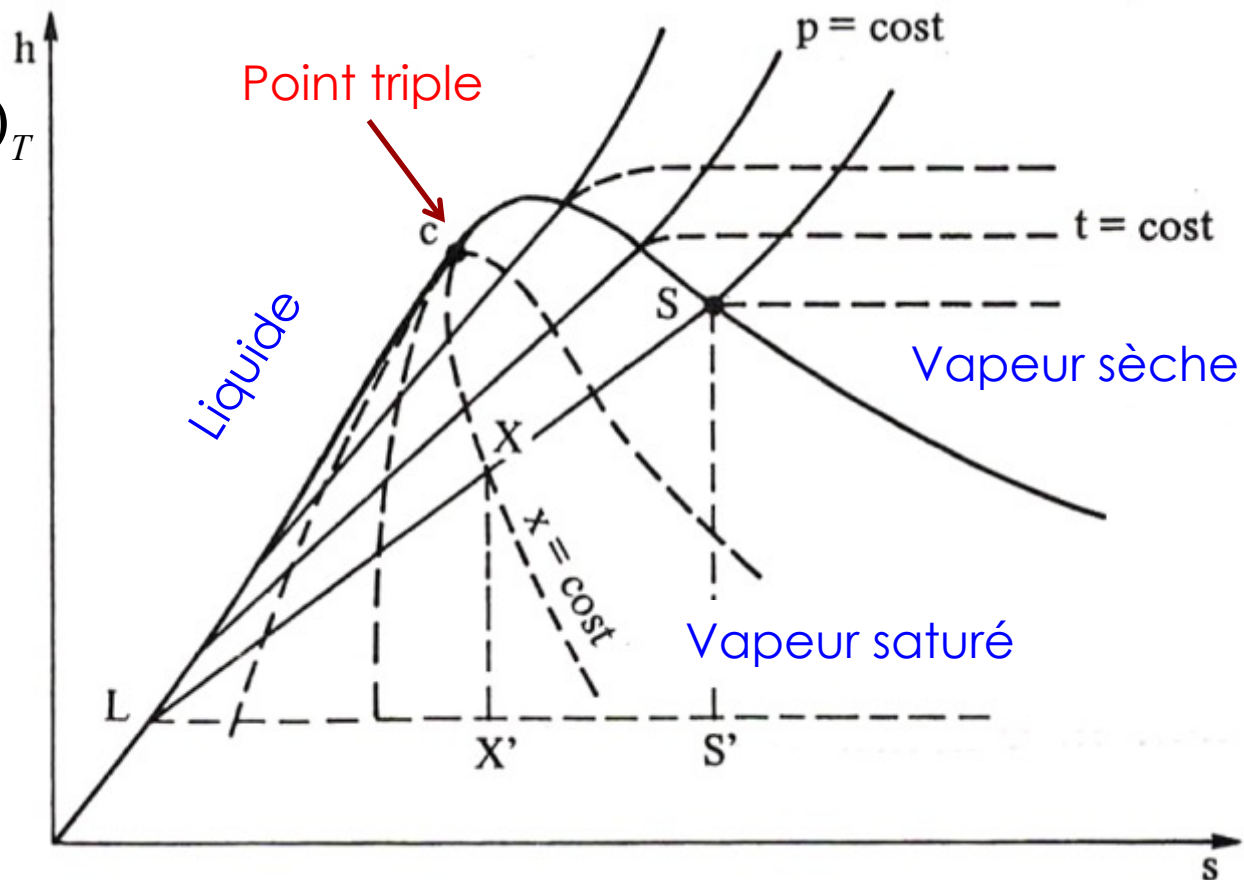


Pour les **courbes isothermes**,  
analogiquement

$$(\partial h / \partial s)_T = T + v(\partial p / \partial s)_T$$

Dans la région du **vapeur saturé**, les **isothermes coïncident avec les isobares**.

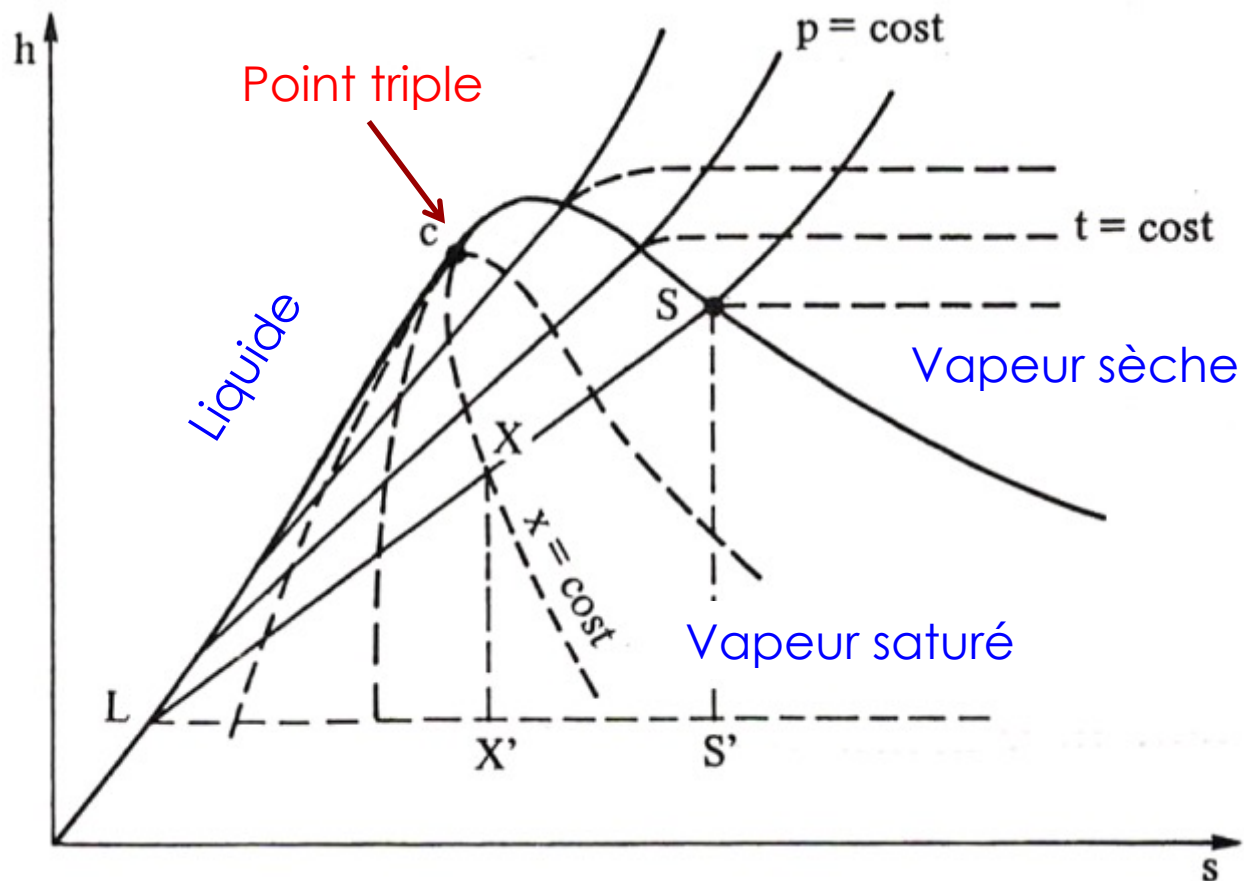
Pour le vapeur surchauffe et le gaz idéal, **le deuxième terme de la somme est négatif** et, pour le gaz idéal, celui-ci vaut  $-T$ , comme on peut vérifier immédiatement.



# Diagramme $\{h, s\}$



Les isothermes subissent **une chute du coefficient angulaire** en correspondance avec la courbe limite supérieur et ils tendissent vers l'horizontale quand le fluide tend vers les conditions du gaz idéal, donc  $h=h(T)$ .

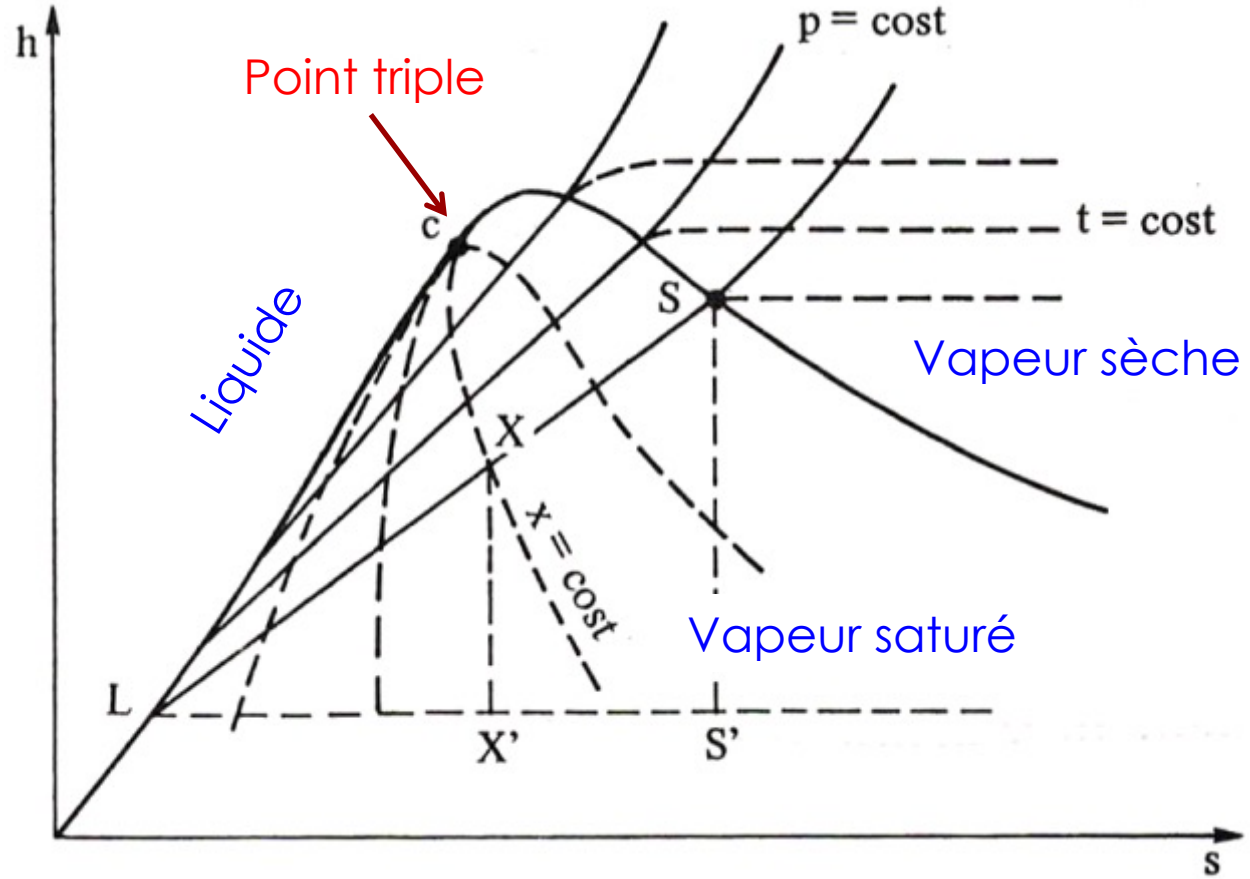


# Diagramme $\{h, s\}$



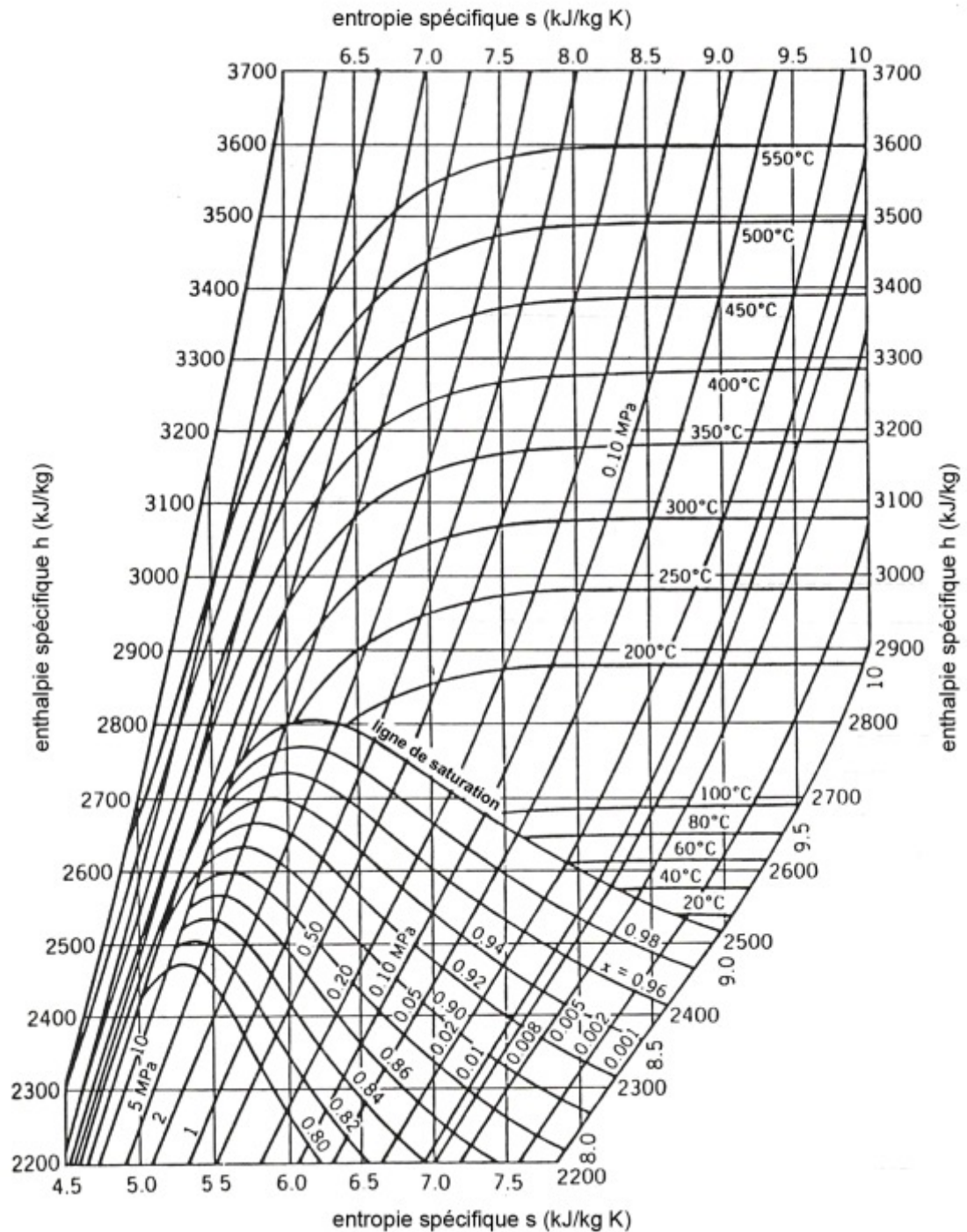
Les courbes à **titre constant** sont tracées avec la procédure illustré par les diagrammes  $\{p, v\}$  et  $\{T, s\}$ .

Observation: Le diagramme  $\{h, s\}$  est souvent utilisé dans la technique, parce qu'il fournit directement les valeurs des différences d'enthalpie spécifique, utiles dans beaucoup de calculs thermodynamiques.





# Diagramme de Mollier pour l'eau





# Références



[1] Thermodynamique et Energétique 1, de l'énergie à l'exergie, L. Borel et D. Favrat, Presses Polytechniques Romandes, 2005, ISBN – 2880745454

[2] Thermodynamique et énergétique 2 , Problèmes résolus et exercices, L. Borel, D. Favrat, D. Lan Nguyen, M. Batato, Presses Polytechniques Romandes, 2005, ISBN – 2880747066